

УДК 621.7.044

Пузырь Р. Г.

УПРОЩЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТА КОМПОНЕНТ ТЕНЗОРА НАПРЯЖЕНИЙ НА РАДИУСЕ ЗАКРУГЛЕНИЯ ПРОФИЛИРУЮЩЕГО РОЛИКА ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ОБОДА КОЛЕСА ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Изготовление стальных ободьев колес для автомобилей и сельскохозяйственной техники методом радиально-ротационного профилирования является наиболее производительным методом, используемым во всем мире. Однако, как показывают исследования по теории и эксперименту радиально-ротационного профилирования [1–3], а также расчеты на прочность обода колеса во время эксплуатации [4, 5], наибольший интерес вызывают публикации, направленные на установление поля напряжений и деформаций, действующих на радиусах закругления профиля колеса в процессе его изготовления и в готовом изделии при нагружении его внешними силами.

Целью работы является упрощение полученных ранее уравнений для расчета величины возникающих в процессе деформирования обечайки компонент тензора напряжений на радиусе закругления профиля обода.

Для решения задачи по определению компонент тензора напряжений на радиусах закругления ободьев колес исходили из гипотез и допущений безмоментной технической теории оболочек вращения [6]. Профиль обода рассекали сечениями, перпендикулярными и параллельными к оси заготовки, для получения простых геометрических тел. Так как заготовка охватывает радиус закругления профилирующего ролика, то эта ее отсеченная часть в предельном случае представляет собой поверхность четверти тора.

В общих уравнениях равновесия для тора не учитывали изгибающие и крутящие моменты и перерезывающие усилия, а также поверхностную нагрузку, тогда они в проекциях на касательные θ и ϕ принимали вид [7, 8]:

$$\begin{aligned} a \frac{\partial N_1}{\partial \phi} + 2a \cos \theta \cdot S + \frac{a}{k} (1 + k \sin \phi) \frac{\partial S}{\partial \theta} &= 0; \\ a \cos \theta \cdot N_2 + \frac{a}{k} (1 + k \sin \phi) \frac{\partial N_2}{\partial \theta} + a \frac{\partial S}{\partial \phi} - a \cos \theta \cdot N_1 &= 0; \\ \frac{k \sin \theta \cdot N_1}{a(1 + k \sin \theta)} + \frac{N_2}{a} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где N_1 – меридиональные усилия, действующие по толщине заготовки; N_2 – тангенциальные усилия, действующие по толщине заготовки; S – касательные усилия; a – радиус закругления деформирующего ролика; $k = \frac{a}{R}$; R – расстояние от оси тора до центра сечения.

Выражали из третьего уравнения системы N_2 и подставляли его во второе уравнение равновесия (1), проведя несложные преобразования, брали решение уравнений в виде:

$$N_1 = T_\theta \cos \phi \quad \text{и} \quad S = T_{\phi\theta} \sin \phi, \quad (2)$$

где T_θ и $T_{\phi\theta}$ – функции одного θ .

После подстановки их в уравнения системы (1), получали для определения этих функций обыкновенные дифференциальные уравнения. Складывая и вычитая эти уравнения и вводя обозначения $L_1 = T_{\phi\theta} + T_\theta$ и $L_2 = T_{\phi\theta} - T_\theta$, интегрировали два обыкновенных дифференциальных уравнения, каждое из которых содержит одно неизвестное. Опуская ненужные выкладки, окончательно получили:

$$N_1 = \left[\left(\operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} + 4k \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + 1 \right)^{4k} \left(\frac{e^{-A} C_1}{2} - \frac{e^{-B} C_2}{2} \right) \right] \cos \phi;$$

$$S = \left[\left(\operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} + 4k \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + 1 \right)^{4k} \left(\frac{e^{-A} C_1}{2} + \frac{e^{-B} C_2}{2} \right) \right] \sin \phi,$$
(3)

где $A = \frac{4k}{\sqrt{1-4k^2}} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + 2k}{\sqrt{1-4k^2}} (4k+1)$; $B = \frac{4k}{\sqrt{1-4k^2}} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + 2k}{\sqrt{1-4k^2}} (4k+3)$.

Принимая граничные условия из решений, полученных для цилиндрической заготовки [9], окончательно для внутренних усилий получили:

$$N_1 = \left[\left(\operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} + 4k \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + 1 \right)^{4k} \left(\frac{e^{-A}}{2e^{-A_1}} + \frac{e^{-B}}{2e^{-B_1}} \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_m \sum_n \frac{2\sigma_s l}{m\pi R_0} \left(\frac{n^2 l^3 \operatorname{Sin} \phi_0 n}{3R_0^2 \pi (1-\pi n)} + \frac{2hs_n}{3l(1-k_{\text{пазд}})} \right) \operatorname{Sin} \phi_0 n \right] \cos \phi,$$

$$S = \left[\left(\operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} + 4k \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + 1 \right)^{4k} \left(\frac{e^{-A}}{2e^{-A_1}} - \frac{e^{-B} e^{-A_1}}{2e^{-B_1}} \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_m \sum_n \frac{2\sigma_s l}{m\pi R_0} \left(\frac{n^2 l^3 \operatorname{Sin} \phi_0 n}{3R_0^2 \pi (1-\pi n)} + \frac{2hs_n}{3l(1-k_{\text{пазд}})} \right) \operatorname{Sin} \phi_0 n \right] \sin \phi.$$
(4)

Для определения величины тангенциальных напряжений в очаге деформации используем условия перехода в пластическое состояние по гипотезе максимальных касательных напряжений:

$$\sigma_y = \sigma_x - \sqrt{\sigma_S^2 - 4\tau^2}. \quad (5)$$

За пределами очага деформации тангенциальные напряжения находим из третьего уравнения системы (1).

Зависимости (4) позволяют определить распределение меридиональных и касательных усилий в очаге деформации и за его пределами при формировании торообразной поверхности на профиле первого перехода при радиально-ротационном профилировании обода колеса автомобиля. Однако сложность полученных зависимостей не позволяет однозначно учесть влияние геометрических размеров заготовки и профилирующего инструмента на распределение напряжений по радиусу закругления полуфабриката в процессе профилирования и наметить приемы по уменьшению меридиональных внутренних усилий. Поэтому, чтобы улучшить наглядность формальных зависимостей, их читаемость и восприятие, проводили почленное упрощение каждого множителя в формулах (3), разлагая их в ряды:

$A = \frac{4k}{\sqrt{1-4k^2}} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + 2k}{\sqrt{1-4k^2}} (4k+1)$, так как знаменатель дроби стремится к единице при $k \rightarrow 0$, то опускаем его. Раскрывая скобки и разлагая arctg в ряд, при этом не учитываем

$16k^2$, как величину большего порядка малости, чем $4k$, оставляем первые члены ряда

$$A = 2k\theta - \frac{4ktg^3 \frac{\theta}{2}}{3}, \text{ аналогично } B = \frac{4k}{\sqrt{1-4k^2}} \arctg \frac{tg \frac{\theta}{2} + 2k}{\sqrt{1-4k^2}} (4k+3) \rightarrow B \approx 6k\theta - 4ktg^3 \frac{\theta}{2}.$$

Разлагаем функции e^{-A} и e^{-B} в ряд, удерживая два первых члена

$$e^{-\left(2k\theta - \frac{4ktg^3 \frac{\theta}{2}}{3}\right)} \approx 1 - 2k\theta + \frac{4ktg^3 \frac{\theta}{2}}{3} \approx 1 - 2k \left(\theta - \frac{2tg^3 \frac{\theta}{2}}{3} \right),$$

$$e^{-\left(6k\theta - 4ktg^3 \frac{\theta}{2}\right)} \approx 1 - 6k\theta + 4ktg^3 \frac{\theta}{2} \approx 1 - 2k \left(3\theta - 2tg^3 \frac{\theta}{2} \right).$$

Первый множитель выражения (3) разлагаем в ряд, тогда $\left(tg^2 \frac{\theta}{2} + 4ktg \frac{\theta}{2} + 1 \right)^{4k} \approx 1 + 4ktg^2 \frac{\theta}{2}$, учитывая при этом, что $4ktg \frac{\theta}{2} \ll tg^2 \frac{\theta}{2}$ и его можно опустить. Проведя несложные преобразования, можно записать для выражений (3) следующее равенство:

$$N_1 = \left(1 + 4ktg^2 \frac{\theta}{2} \right) \left(1 - 2k \left(\theta - \frac{2tg^3 \frac{\theta}{2}}{3} \right) \frac{C_1}{2} - \left(3\theta - 2tg^3 \frac{\theta}{2} \right) \frac{C_2}{2} \right) \cos \phi, \quad (6)$$

$$S = \left(1 + 4ktg^2 \frac{\theta}{2} \right) \left(1 - 2k \left(\theta - \frac{2tg^3 \frac{\theta}{2}}{3} \right) \frac{C_1}{2} + \left(3\theta - 2tg^3 \frac{\theta}{2} \right) \frac{C_2}{2} \right) c \sin \phi,$$

Из полученных выражений видно, что при возрастании угла θ более, чем 90° , резко увеличиваются меридиональные усилия и при некоторых его значениях они изменяют знак на противоположный, что противоречит физике явлений, возникающих в очаге деформации при охвате металлом радиуса закругления инструмента. Это противоречие возникает потому, что при разложении функций ($\arctg x$, $(1+x)^a$) в степенные ряды, их область сходимости ограничивается интервалом $-1 \leq x \leq 1$ и вносит в полученные формулы неопределенность. Поэтому зависимости (3) и (4), которые рассчитаны по безмоментным уравнениям равновесия для тороидальной оболочки, оставим без изменений, что даст возможность не допустить грубых погрешностей в последующем их применении.

ВЫВОДЫ

Основываясь на разложении функций в степенные ряды, была предпринята попытка упростить выражения для расчета компонент тензора напряжений, возникающих в процессе радиально-ротационного профилирования при получении обода автомобиля на закругленном участке полуфабриката. Последующие расчеты показали, что при возрастании угла охвата металлом радиуса закругления ролика, меридиональные напряжения изменяют знак и из растягивающих переходят в сжимающие, что противоречит теории листовой штамповки. Поэтому формулы (3), (4) принимаем без упрощений. Их анализ показывает, что первый множитель выражения (3) увеличивает растягивающие меридиональные напряжения при росте угла охвата радиуса закругления, а второй – уменьшает при возрастании координаты θ ,

что соответствует положениям теории оболочек. Их совместное влияние на распределение напряжений в очаге деформации различно и зависит от зоны расположения (раздача или обжим) закругленного участка профиля на полуфабрикате.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Драгобецкий В. В. Учет влияния изменения толщины листовой заготовки в процессе деформирования / В. В. Драгобецкий., А. А. Зюков, А. Д. Коноваленко // *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету: Наукові праці КДПУ. – Кременчук : КДПУ, 2005. – Вип. 2 (31). – С. 61–62.*
2. *Современное производство колес автотранспортных средств и сельскохозяйственной техники : монография / В. В. Чигиринский, В. Л. Мазур, С. В. Беликов [и др.]. – Днепропетровск : РИА «Днепр-VAL», 2010. – 309 с.*
3. Коноваленко А. Д. Исследование усилий при изготовлении широкопрофильных ободьев колес / А. Д. Коноваленко // *Математичні проблеми технічної механіки: Тез. допов. другої Всеукраїн. наук. конф. – Дніпродзержинськ : ДДТУ, 2002. – С. 70.*
4. Балабин И. В. Исследование и расчет напряженного состояния ободьев колес грузовых автомобилей / И. В. Балабин // *Автомобильная промышленность, 1970. – № 2. – С. 17–20.*
5. Балабин И. В. Расчет напряженного состояния ободьев колес / И. В. Балабин, В. Г. Бондарь, Л. Г. Сухомлинов // *Тр. НАМИ, 1983. – Вып. 189. – С. 24–43.*
6. Филин А. П. Элементы теории оболочек / А. П. Филин. – Л. : Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1975. – 256 с.
7. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М. : Наука, 1966. – 635 с.
8. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем / А. С. Вольмир. – М. : Главн. ред. физико-математической литературы, 1967. – 984 с.
9. *Distribution analysis of stresses across the stretching edge of the body and bending radius of deforming roll during profiling and drawing of cylindrical workpiece / R. Puzyr, D. Savelov, R. Argat, A. Chernish // Metallurgical and Mining Industry, 2015. – № 1. – P. 27–32.*

REFERENCES

1. Dragobeckij V. V. Uchet vlijaniya izmenenija tolshhiny listovoj zagotovki v processe deformirovaniya / V. V. Dragobeckij., A. A. Zjukov, A. D. Konovalenko // *Visnik Kremenuch'kogo derzhavnogo politehnichnogo universitetu : Naukovi praci KDPU. – Kremenuchuk : KDPU, 2005. – Vip. 2 (31). – S. 61–62.*
2. *Sovremennoe proizvodstvo koles avtotransportnyh sredstv i sel'skohozjajstvennoj tehniki : monografija / V. V. Chigirinskij, V. L. Mazur, S. V. Belikov [i dr.]. – Dnepropetrovsk : RIA «Dnepr-VAL», 2010. – 309 s.*
3. Konovalenko A. D. Issledovanie usilij pri izgotovlenii shirokopofil'nyh obod'ev koles / A. D. Konovalenko // *Matematichni problemi tehnicnoi mehaniki: Tez. dopov. drugoi Vseukrain. nauk. konf. – Dniprodzerzhins'k : DDTU, 2002. – S. 70.*
4. Balabin I. V. Issledovanie i raschet naprjazhennogo sostojaniya obod'ev koles gruzovyh avtomobilej / I. V. Balabin // *Avtomobil'naja promyshlennost', 1970. – № 2. – S. 17–20.*
5. Balabin I. V. Raschet naprjazhennogo sostojaniya obod'ev koles / I. V. Balabin, V. G. Bondar', L. G. Suhomlinov // *Tr. NAMI, 1983. – Vyp. 189. – S. 24–43.*
6. Filin A. P. Jelementy teorii obolochek / A. P. Filin. – L. : Strojizdat, Leningr. otd-nie, 1975. – 256 s.
7. Timoshenko S. P. Plastinki i obolochki / S.P.Timoshenko, S.Vojnovskij-Kriger. – M. : Nauka, 1966. – 635 s.
8. Vol'mir A. S. Ustojchivost' deformiruemyh sistem / A. S. Vol'mir. – M. : Glavn. red. fiziko-matematicheskoy literatury, 1967. – 984 s.
9. *Distribution analysis of stresses across the stretching edge of the body and bending radius of deforming roll during profiling and drawing of cylindrical workpiece / R. Puzyr, D. Savelov, R. Argat, A. Chernish // Metallurgical and Mining Industry, 2015. – № 1. – P. 27–32.*

Пузырь Р. Г. – канд. техн. наук, доц. КрНУ.

КрНУ – Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского, г. Кременчуг.

E-mail: puzyruslan@gmail.com

Статья поступила в редакцию 10.09.2015 г.